



月測位衛星放送歴の 軌道近似手法と精度評価

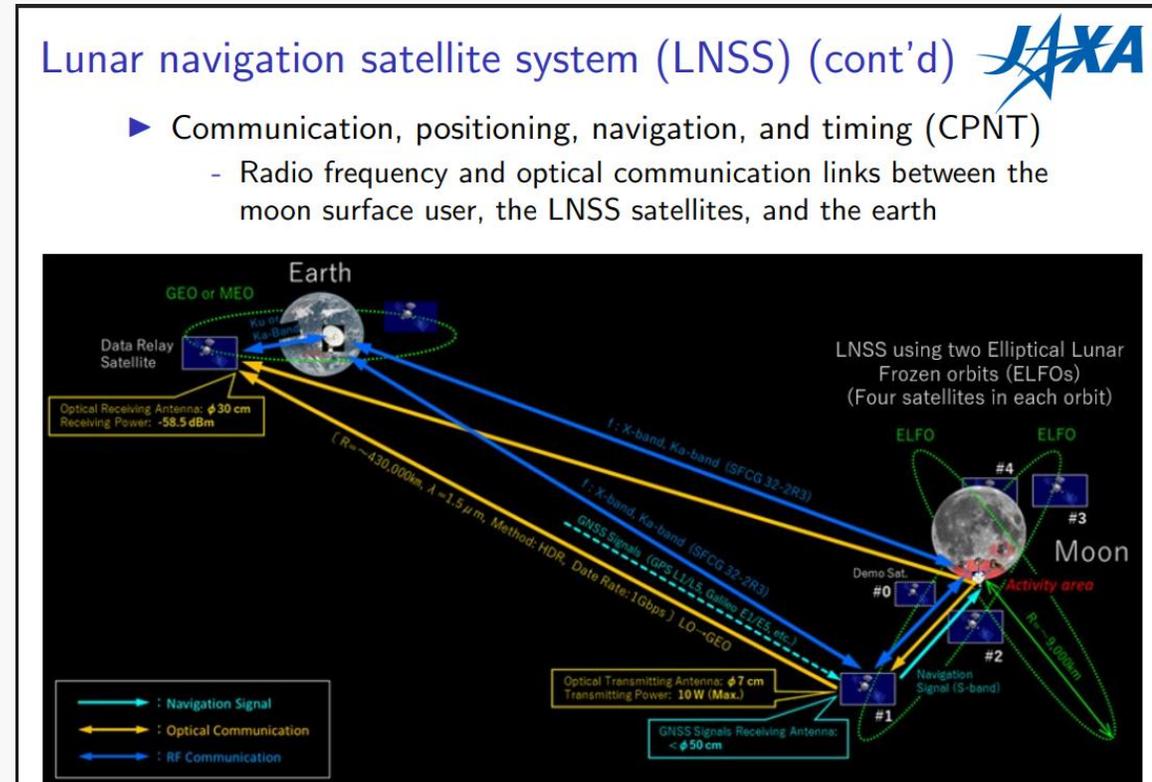
第11回 月測位・LEO PNT研究会

2025年1月22日 (木)

須藤雄哉 (中部大学)

- **LunaNet**
月周辺の通信・測位・探査サービスを統合する国際的なアーキテクチャ
- 各国の月測位の計画
 - **JAXA: LNSS**
(Lunar Navigation Satellite System)
 - **NASA: LCRNS**
(Lunar Communications Relay and Navigation System)
 - **ESA: Moonlight LCNS**
(Lunar Communication and Navigation Services)

これらは国際枠組み **LunaNet** の下で
相互運用性を確保しつつ整備予定



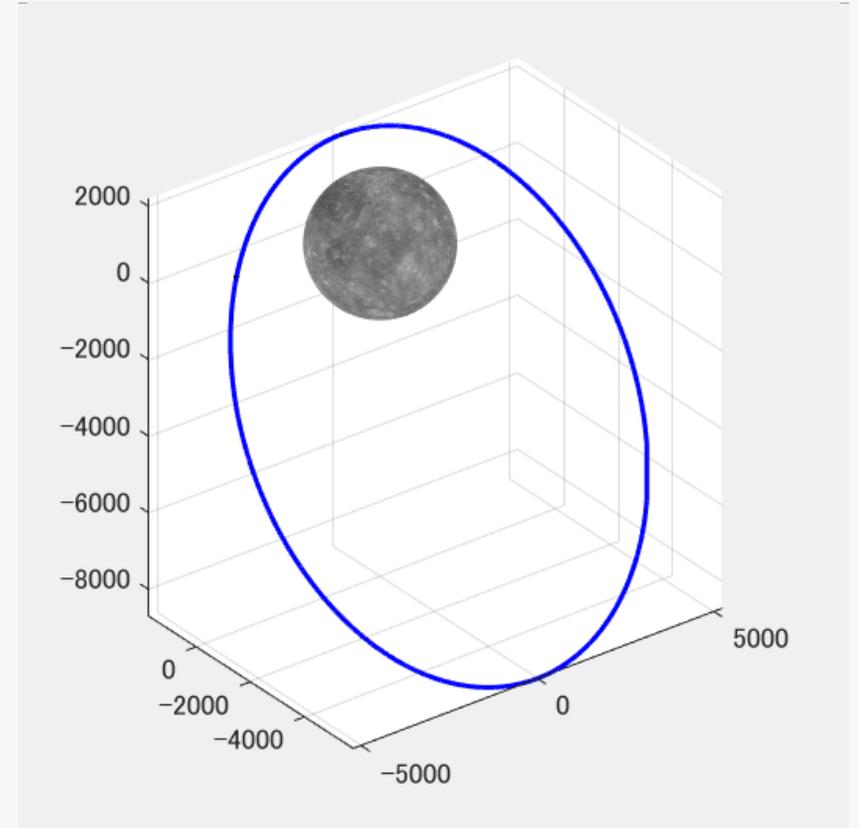
出典：JAXA, ICG-16 発表資料 (2022)

- **LANS (Lunar Augmented Navigation Service)**
LunaNet が提供する月測位サービス
放送歴 (broadcast ephemeris) を含む航法メッセージが送信される予定
だが、その詳細仕様はまだ検討中・未確定
- **目的：**
本報告では、現在検討されている**放送歴の候補**を調査し、
その**生成手法**や**軌道誤差**などの**評価**を実施

月測位衛星がGPSと異なる点

- **GPS :**
 - 高度2万kmのほぼ円軌道
 - 摂動も比較的小さく、ケプラー軌道 + 少数の補正項でモデル化可能
- **月測位衛星 :**
 - **ELFO : (Elliptical Lunar Frozen Orbit)**
南極域上空で長時間の可視性を確保しやすい楕円凍結軌道
 - 高次の重力ポテンシャルの影響が大きい
 - 地球・太陽の重力，太陽輻射圧などの摂動も無視できない

→結果として、GPS放送歴と同様の単純なケプラー軌道 + 補正項では近似精度が不十分



ELFOの軌道

- 提案されている月測位衛星の放送歴
 - ケプラー軌道 + 多項式
 - 多項式による直接近似

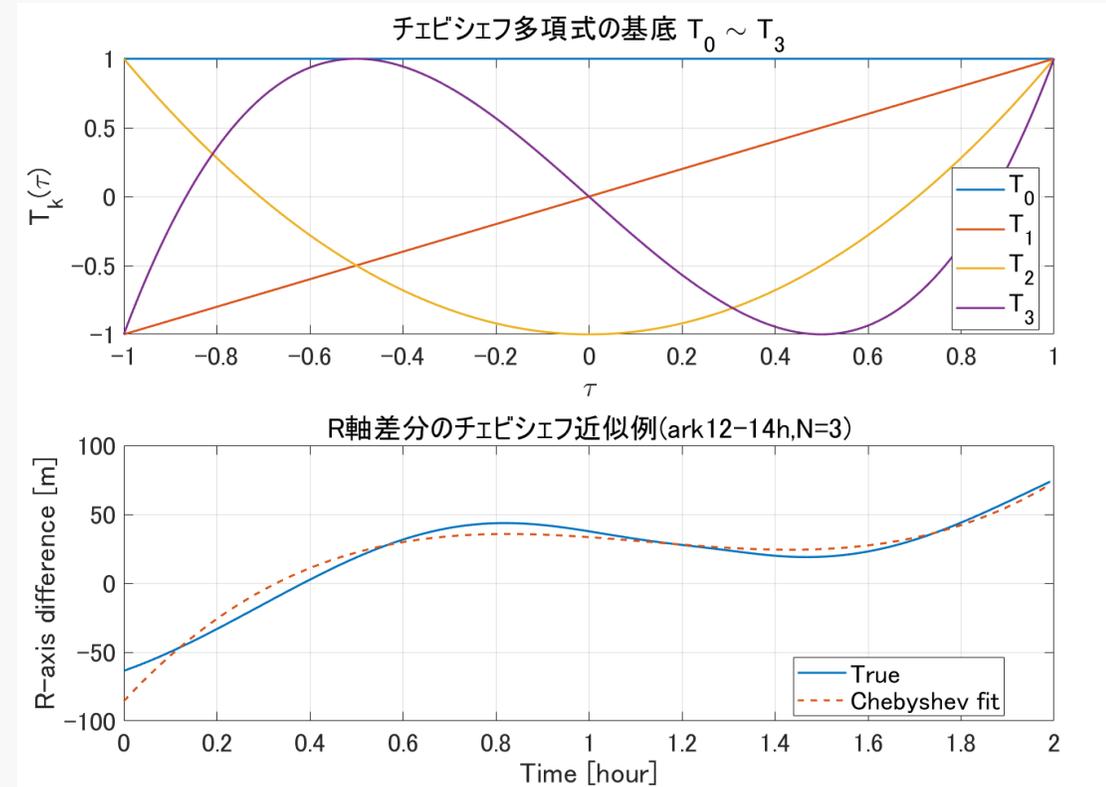
本研究では、最も有力な候補である **ケプラー軌道 + チェビシェフ多項式** を用いた **放送歴を生成**

- 評価指標：
プロパゲーターで生成した **高精度な予測軌道** を基準に、**近似誤差・多項式次数** を指標とし評価

※今回は、**軌道予測誤差はなし**（理想的）として、放送歴による予測軌道の **フィッティングのみ** を評価

- **チェビシエフ多項式の特徴**
 - 滑らかな関数を少ない項数で高精度に近似可能
 - 区間内での「最良近似」の性質

- **航法メッセージへの利点：**
 - 限られたビット数の航法メッセージの中に高精度な放送歴を埋め込むのに最適



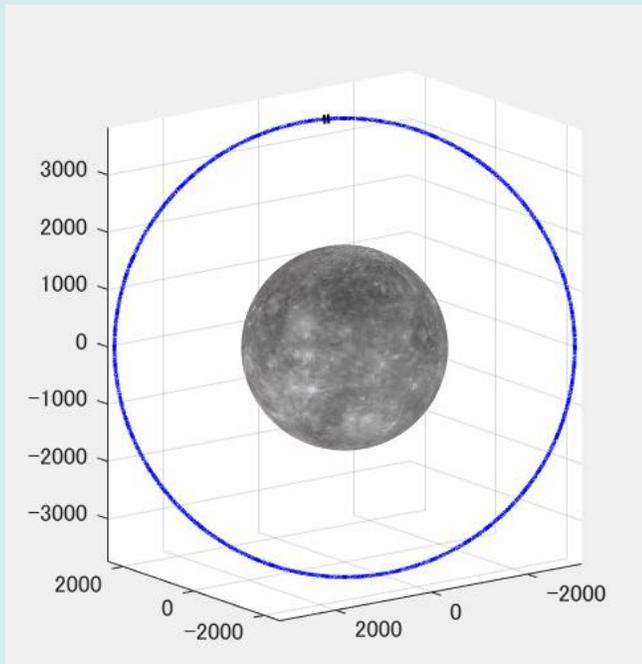
1. 高精度な**予測軌道**を生成
36×36の月重力ポテンシャル／太陽・地球の重力加速度/
太陽放射圧を含む月周回衛星軌道モデル
2. 基準時刻で予測軌道に接する**ケプラー軌道要素**（**接触軌道要素**）を
最小二乗法で推定
3. ケプラー軌道と予測軌道の**差分**を局所座標系の**位置・速度差分**に
変換
4. 各軸の差分を**チェビシェフ多項式**で近似し、予測軌道との誤差が
95%で10cm以下となるために必要な**多項式次数**を算出

軌道特性の影響を明確化するため、2タイプの軌道で評価

①円軌道（極軌道）

Japan LNSS Demo

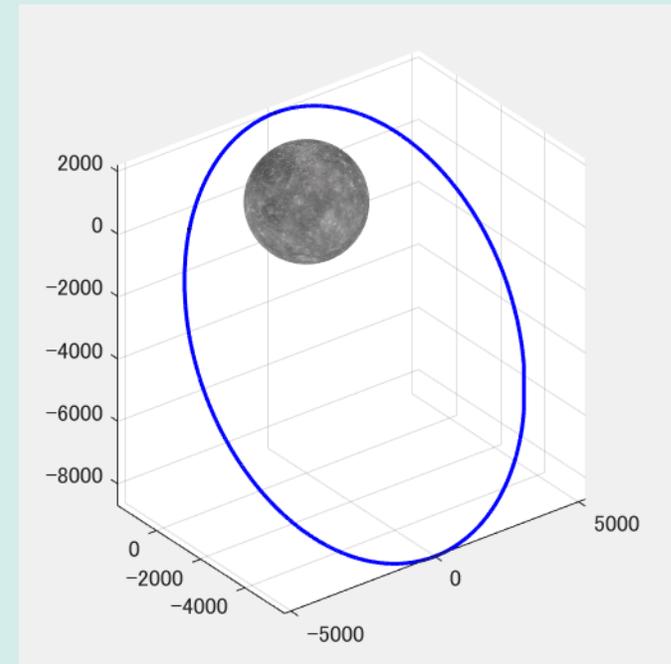
実証用衛星で採用予定

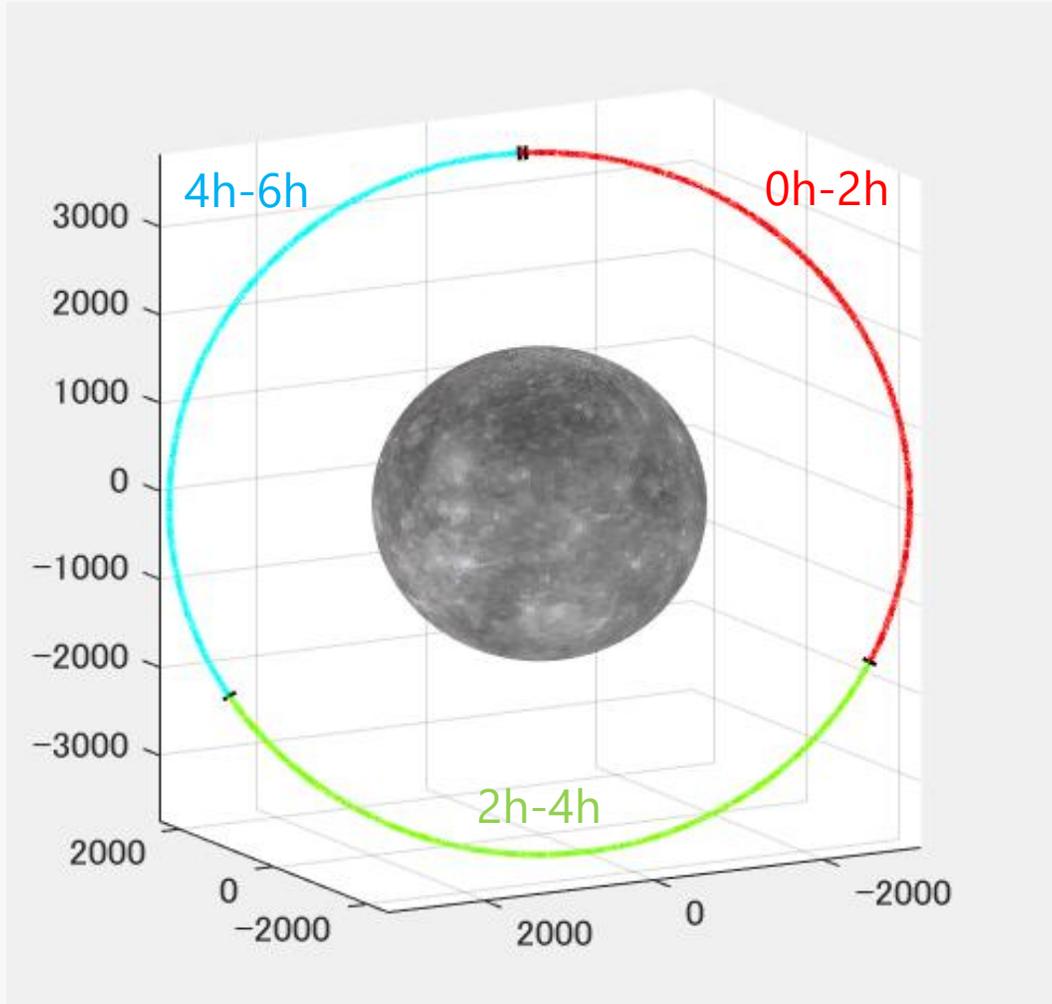


②凍結楕円軌道（ELFO）

JAXA/ESA/NASA

実運用衛星で採用予定



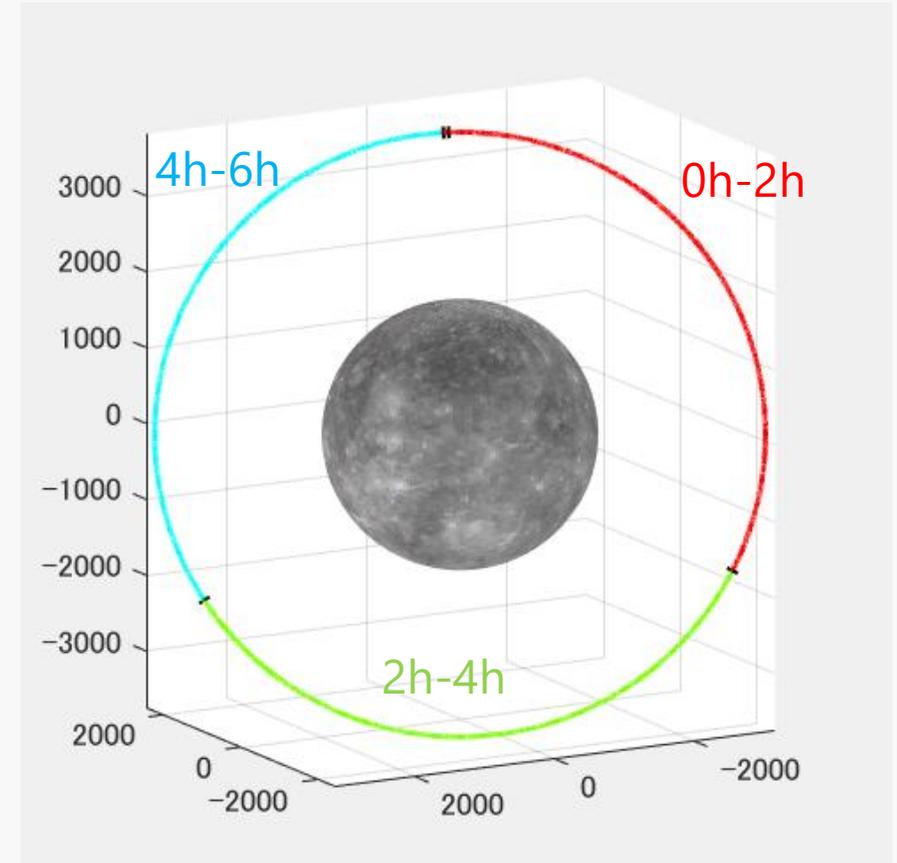


軌道長半径	3,870km
軌道傾斜角	90°
離心率	0
軌道周期	6時間

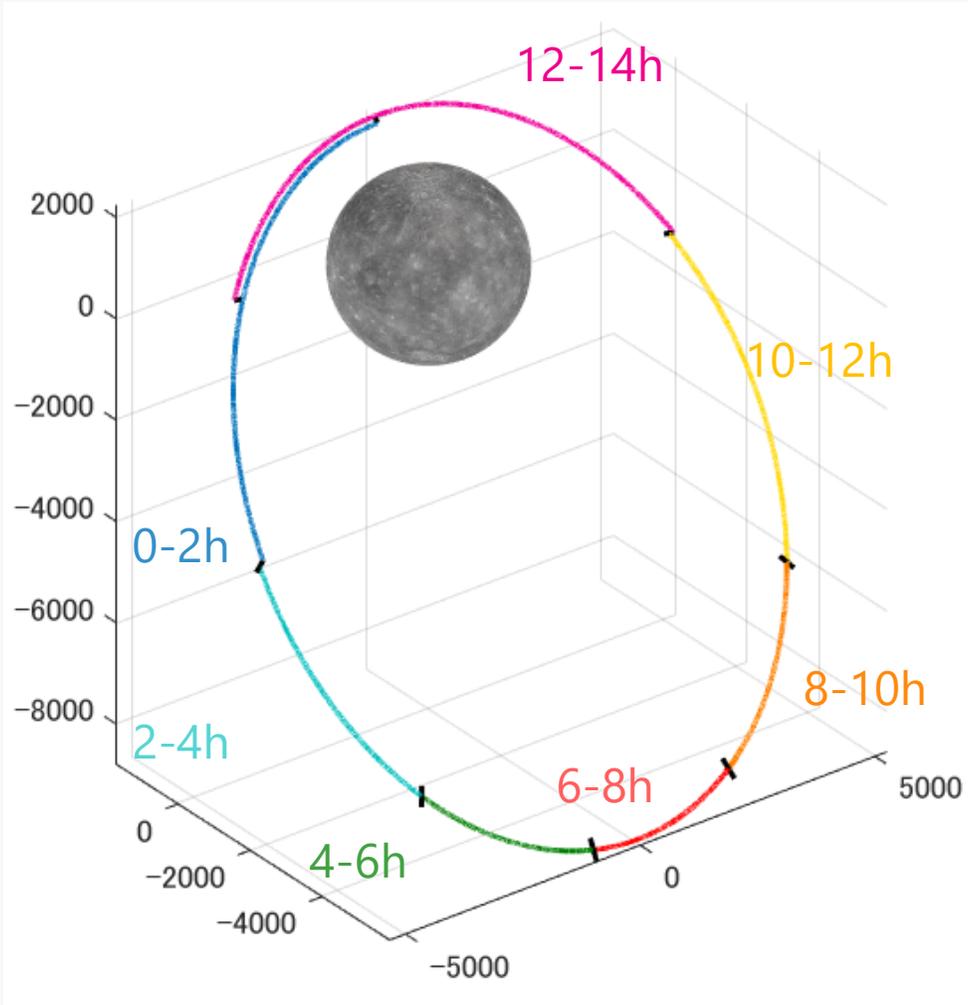
- 2時間周期の軌道を2時間×3アークごとに分割（2時間はGPSに準拠）
- 予測軌道との誤差が95%で10cm以下となるために必要な多項式次数を、各2時間アークごとに評価

アークごとに区切られた月周回衛星軌道

アーク	必要多項式 次数N	95% ≤ 10cm(cm)
0-2h	7	2.023677
2-4h	7	0.794717
4-6h	7	3.449306



軌道のすべてのアークが7次以内に安定して収まる

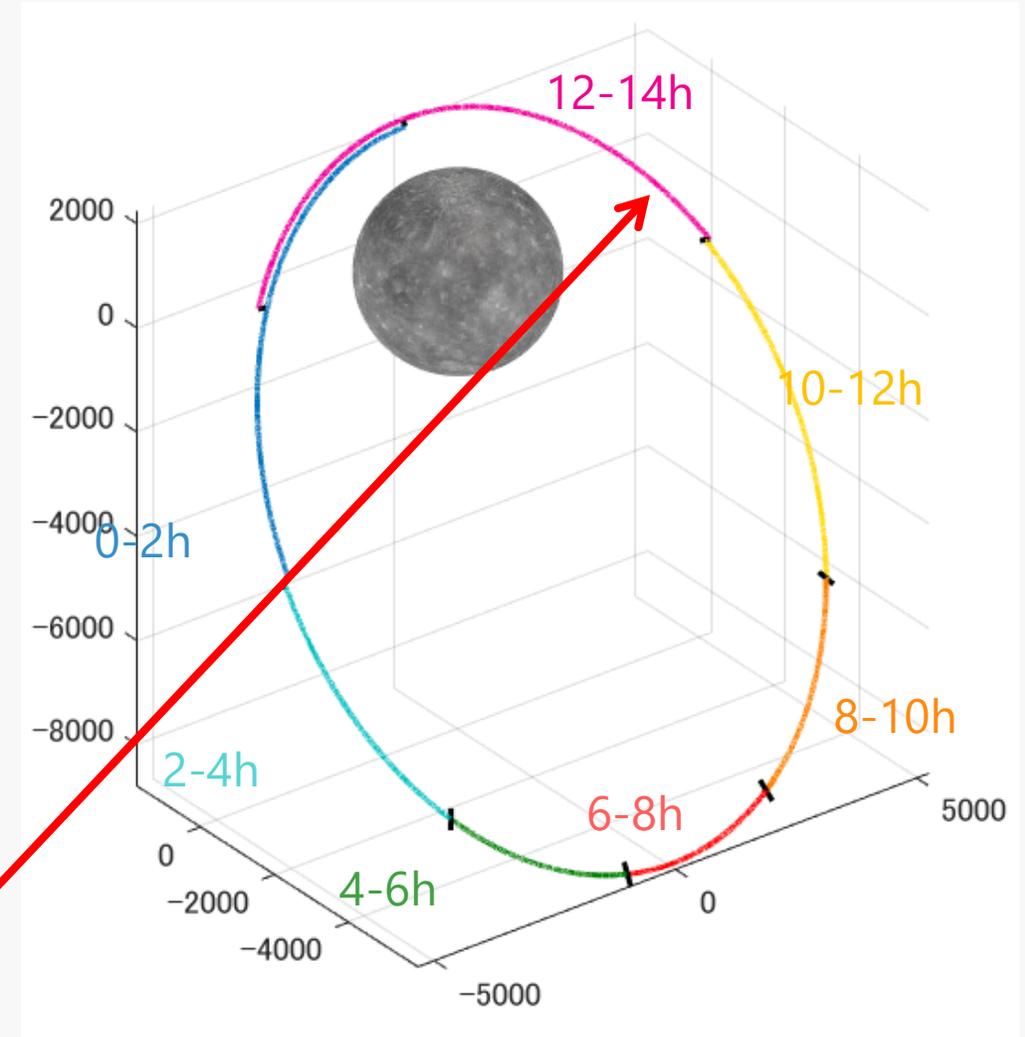


軌道長半径	6,540km
軌道傾斜角	56.2°
離心率	0.6
軌道周期	13時間

- 13時間周期の軌道を2時間×7アークごとに分割（2時間はGPSに準拠）
- 予測軌道との誤差が95%で10cm以下となるために必要な多項式次数を、各時間アークごとに評価

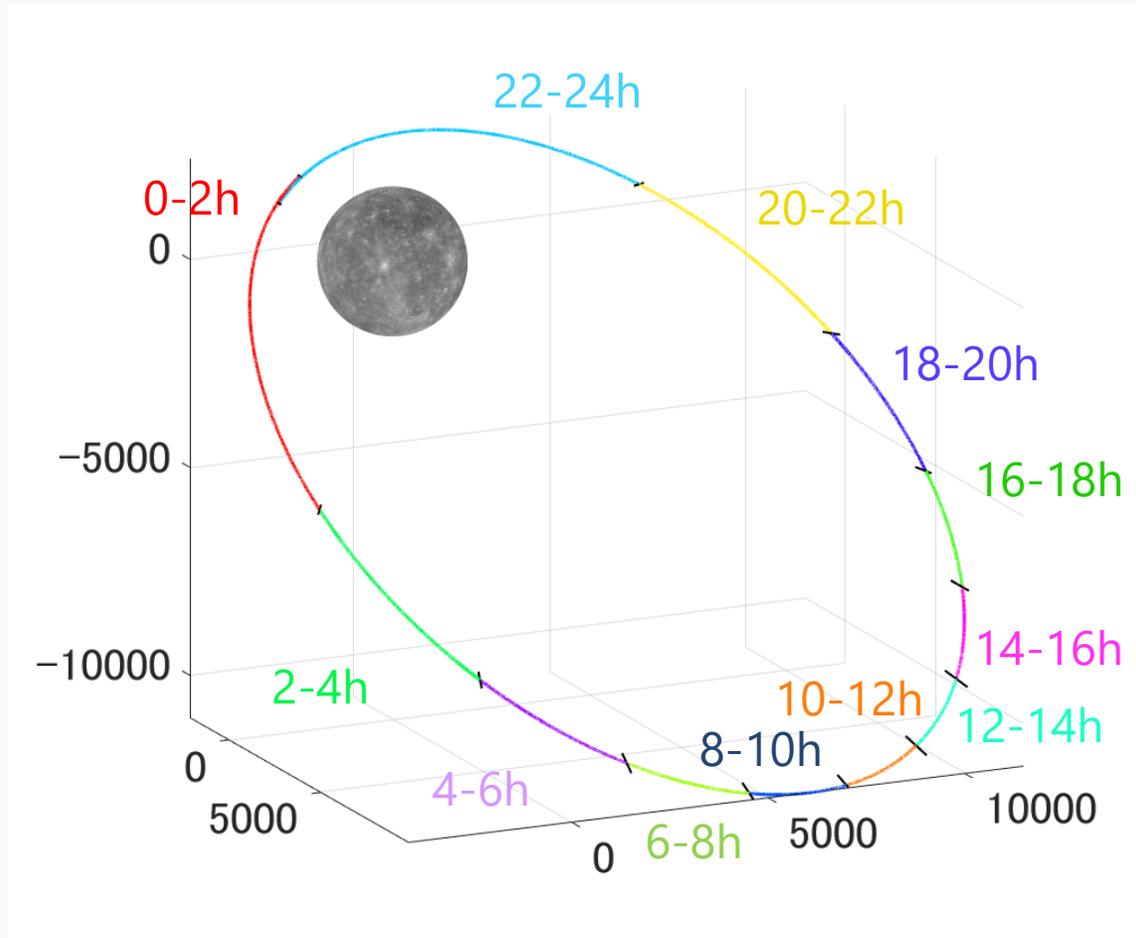
アークごとに区切られた月周回衛星軌道

	アーク	必要多項式 次数N	95% ≤ 10cm(cm)
北極域	0-2hr	9	8.7
	2-4hr	5	5.0
	4-6hr	4	8.0
南極域	6-8hr	4	3.1
	8-10hr	5	0.1
	10-12hr	6	4.9
北極域	12-14hr	18	8.6



北極域（月近点）で多項式次数が増大

アークごとに区切られた月周回衛星軌道



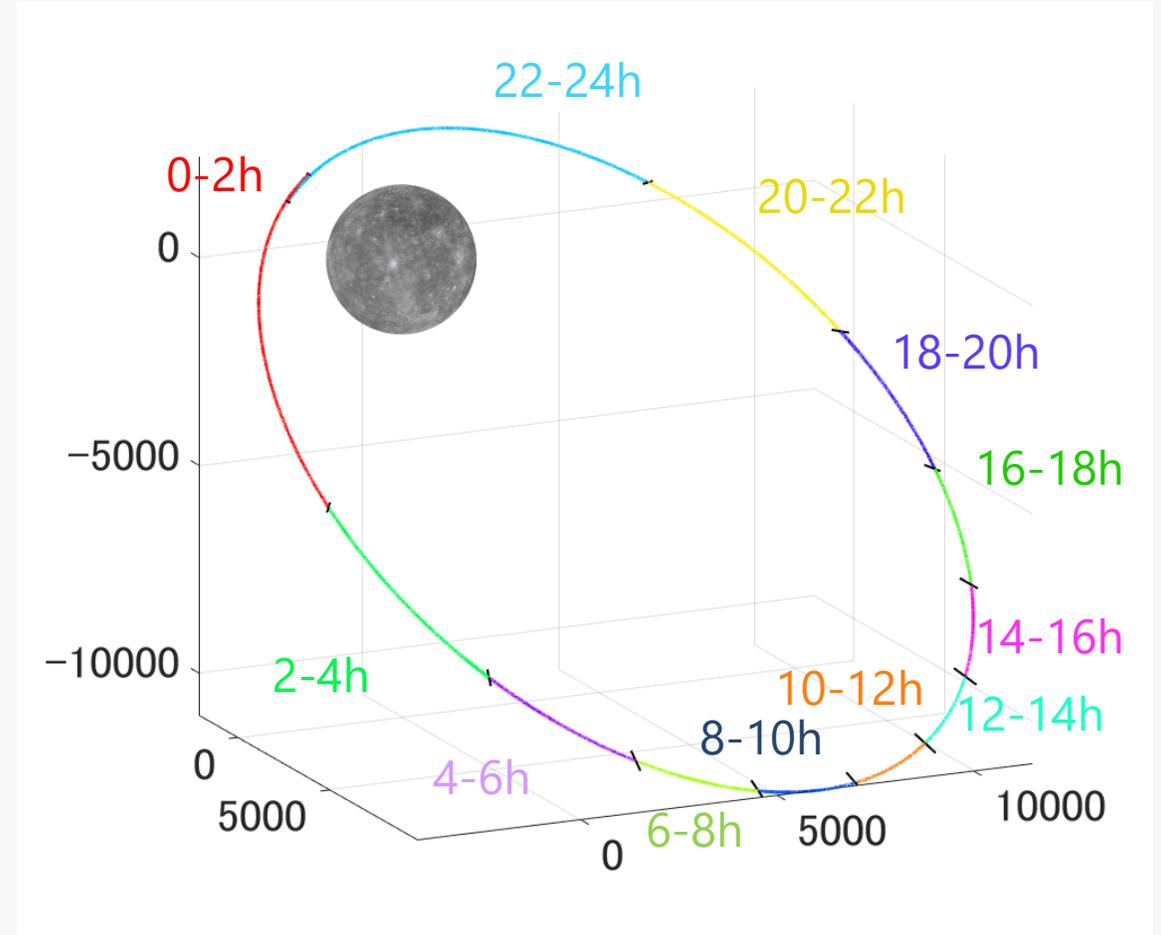
アークごとに区切られた月周回衛星軌道

軌道長半径	9,748 km
軌道傾斜角	48.1°
離心率	0.70
軌道周期	24時間

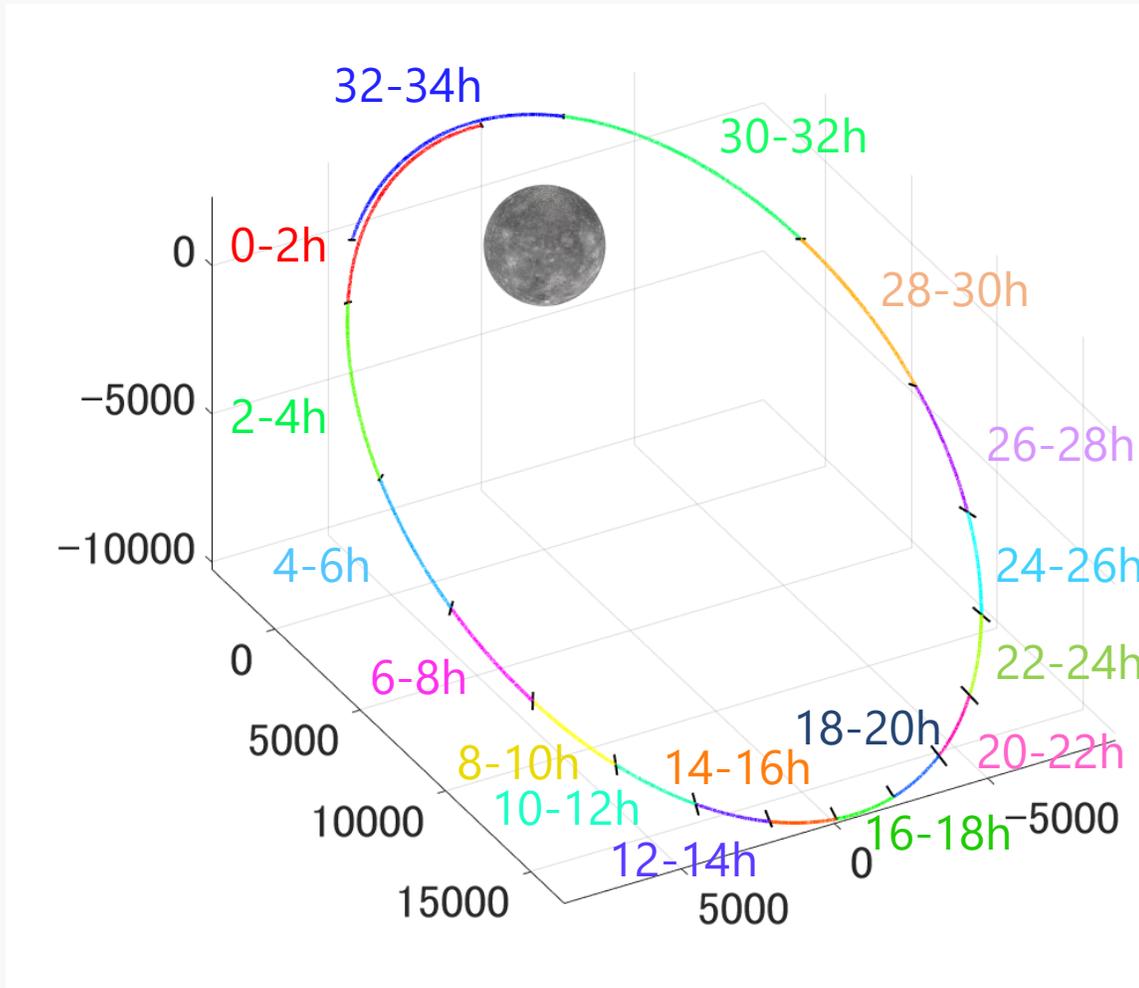
- 24時間周期の軌道を2時間×12アークごとに分割（2時間はGPSに準拠）
- 予測軌道との誤差が95%で10cm以下となるために必要な多項式次数を、各2時間アークごとに評価

シミュレーション結果②：ESA Moonlight LCNS（凍結楕円軌道）

	アーク	必要多項式 次数N	95% ≤ 10cm(cm)
北極域 ↓	0-2h	9	9.2
	2-4h	5	9.8
	4-6h	5	1.3
	6-8h	4	4.3
	8-10h	4	1.5
南極域 ↓	10-12h	4	0.5
	12-14h	4	0.1
	14-16h	4	0.7
	16-18h	4	2.6
	18-20h	5	1.2
北極域	20-22h	6	1.9
	22-24h	10	5.4



アークごとに区切られた月周回衛星軌道

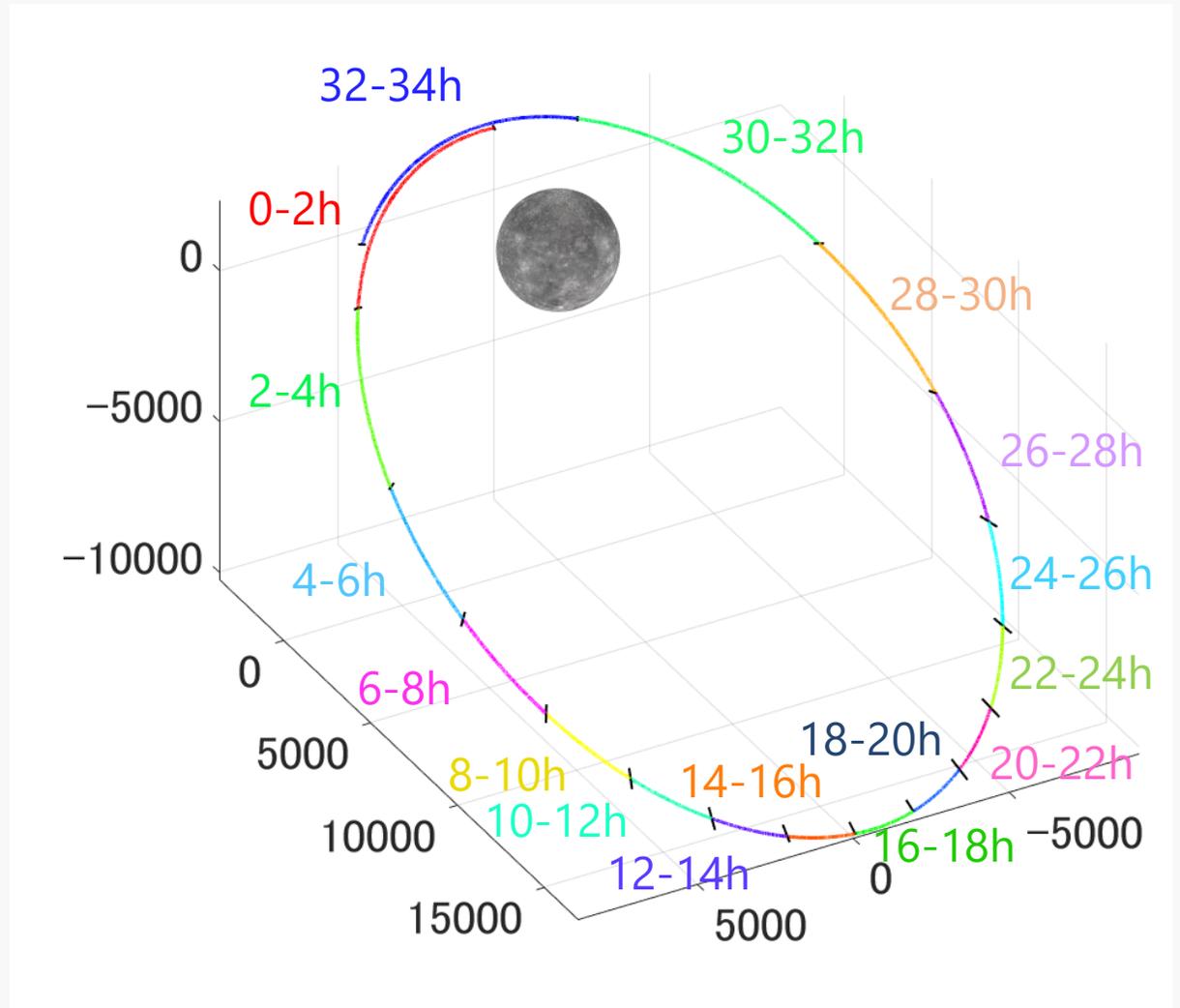


アークごとに区切られた月周回衛星軌道

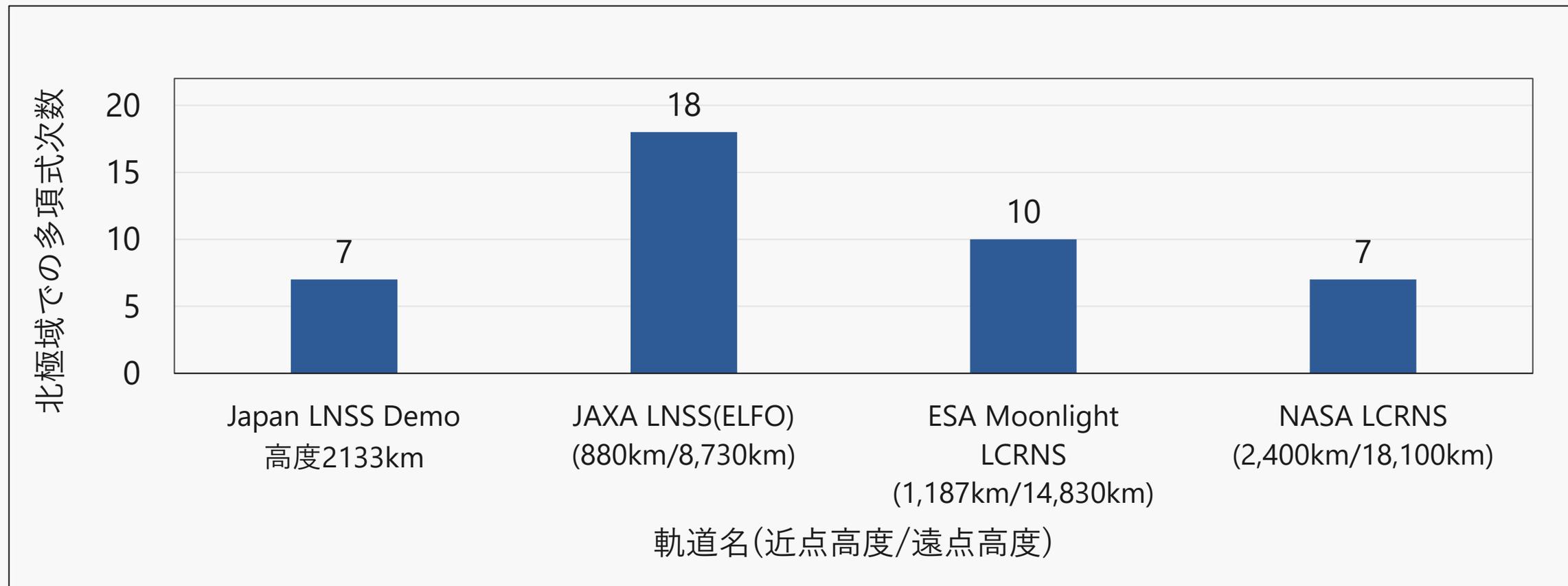
軌道長半径	11,999km
軌道傾斜角	32.2°
離心率	0.66
軌道周期	32.7時間

- 32.7時間周期の軌道を2時間×17アークごとに分割（2時間はGPSに準拠）
- 予測軌道との誤差が95%で10cm以下となるために必要な多項式次数を、各2時間アークごとに評価

	アーケ	必要多項式 次数N	95% ≤ 10cm(cm)	
北極域 ↓	0-2h	6	9.9	
	2-4h	5	2.6	
	4-6h	4	6.4	
	6-8h	4	3.0	
	8-10h	4	1.5	
	10-12h	4	0.9	
	12-14h	4	0.6	
	14-16h	4	0.3	
	南極域 ↓	16-18h	4	0.2
		18-20h	4	0.3
20-22h		4	0.6	
22-24h		4	0.9	
24-26h		4	1.8	
26-28h		4	3.9	
28-30h		5	2.1	
30-32h		6	7.4	
北極域		32-34h	7	7.3



アーケごとに区切られた月周回衛星軌道



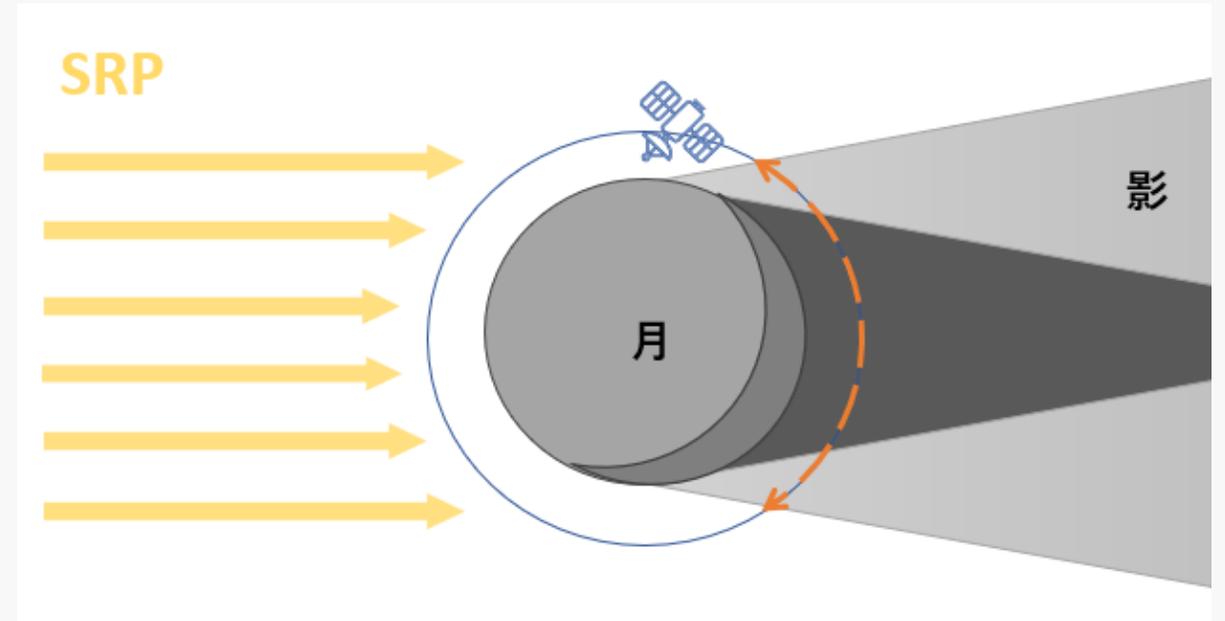
円軌道(JAXA LNSS Demo) → 多項式次数が小さく安定
ELFO近月点 → 多項式次数が増大 (JAXA LNSSで顕著)
→なぜ北極域(月近点)では精度が劣化するのか?

仮説：月の影を衛星が通過する際に、太陽放射圧の急激な変化が北極域での次数の増大の要因ではないか

対象軌道

JAXA LNSS ELFO

軌道長半径	6540km
軌道傾斜角	56.2°
離心率	0.6
軌道周期	13時間

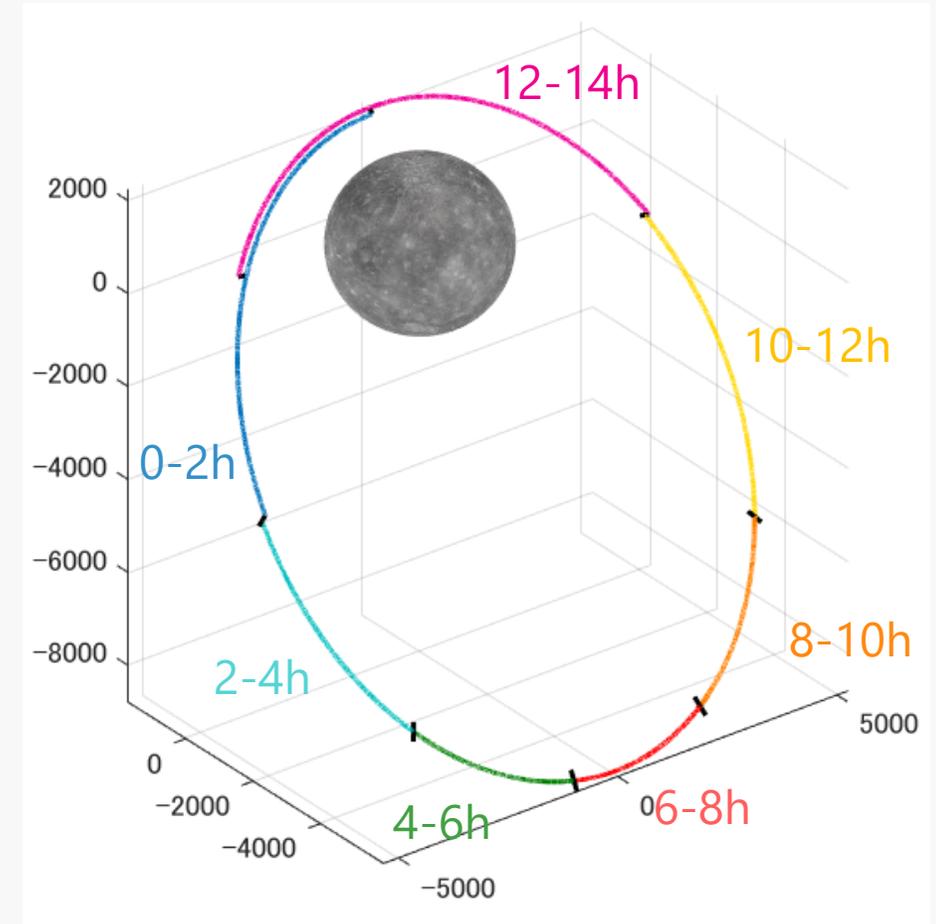


検証

月の重力ポテンシャル以外の摂動をOFFにし、SRPをOFF/ONの2通りでシミュレーションを実施

- ①重力ポテンシャル(36×36) SRP OFF
- ②重力ポテンシャル(36×36) SRP ON

	アーク	①36×36/SRP OFF	②36×36/SRP ON
北極域	0-2h	9	9
	2-4h	3	3
	4-6h	2	2
南極域	6-8h	2	2
	8-10h	3	3
	10-12h	4	4
北極域	12-14h	18	18



on/offで北極域における多項式次数の変化なし
 →SRPは北極域の次数増大の支配的要因ではない

同様に地球と太陽の重力加速度（3-body）を OFF/ONの2通りでシミュレーションを実施

北極域

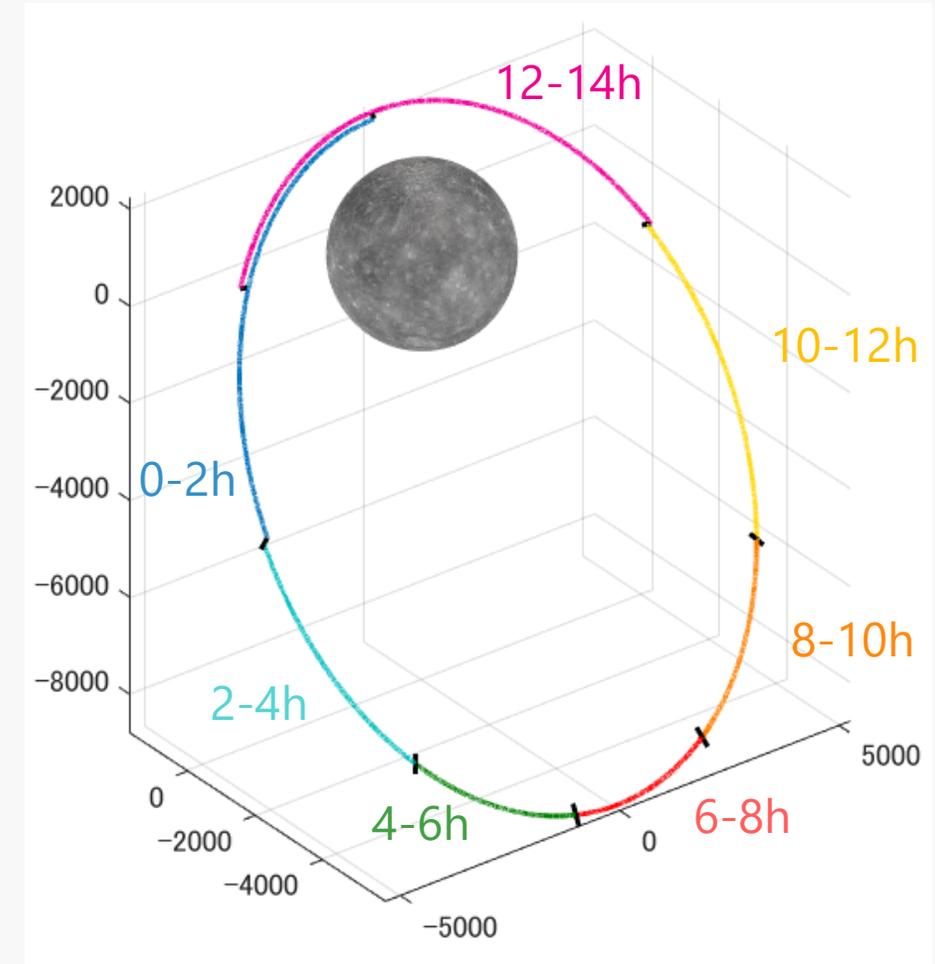


南極域



北極域

アーク	①36×36/ 3-body off	②36×36/ 3-body on
0-2h	9	9
2-4h	3	5
4-6h	2	4
6-8h	2	4
8-10h	3	5
10-12h	4	6
12-14h	18	18



on/offで北極域における多項式次数の変化なし
 →地球と太陽の重力加速度も北極域の次数増大の支配的要因ではない

仮説：重力ポテンシャルの次項が、多項式次数の増大の原因ではないか

対象軌道

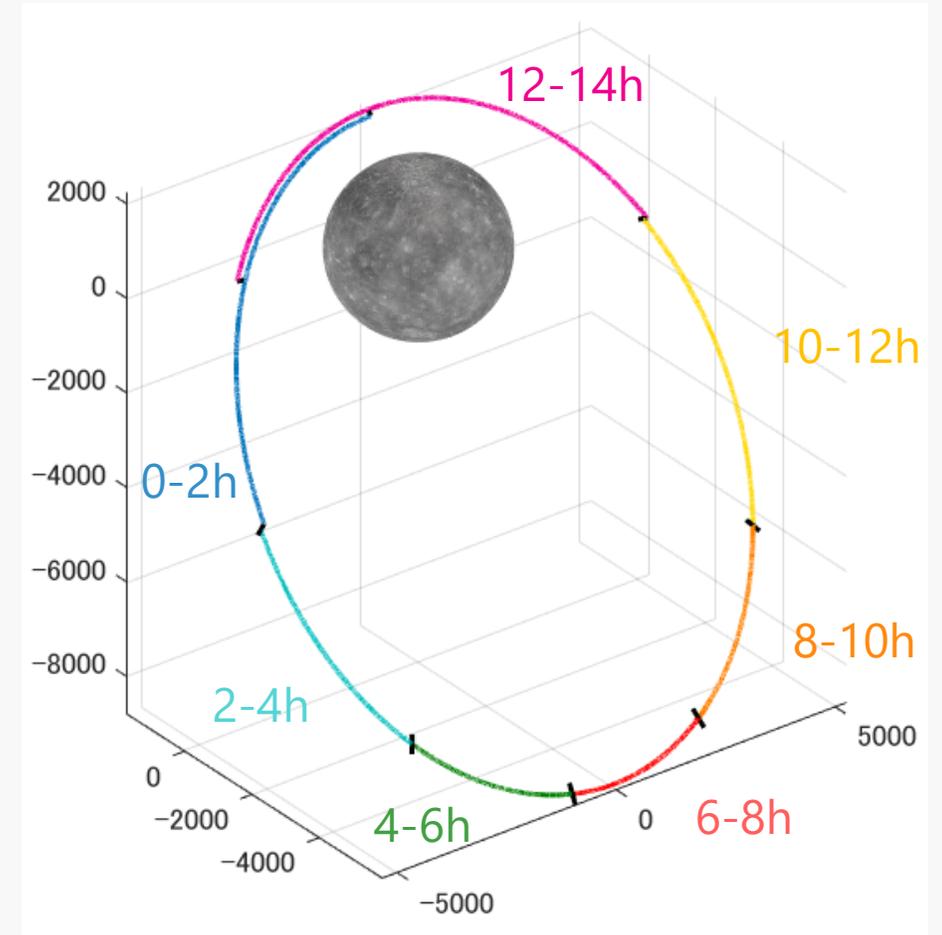
JAXA LNSS ELFO

軌道長半径	6540km
軌道傾斜角	56.2°
離心率	0.6
軌道周期	13時間

検証

すべての摂動を切った状態で
重力ポテンシャルの高次項のみを
変化させてシミュレーションを実施

0 × 0/2 × 2/4 × 4/8 × 8/16 × 16/32 × 32/36 × 36



月重ポテンシャル（高次項）の変化による多項式次数に与える影響

		高次項					
アーク		0	2	4	8	16	36
北極域	0-2h	0	8	8	8	9	9
	2-4h	0	3	3	3	3	3
	4-6h	0	2	2	2	2	2
南極域	6-8h	0	2	2	2	2	2
	8-10h	0	3	3	3	3	3
	10-12h	0	4	4	4	4	4
北極域	12-14h	0	11	14	16	18	18

多項式次数は2次項で跳ね上がり、その後の単調な増加傾向は見られない
 →重力ポテンシャルは北極域の次数増大の支配的要因ではない

仮説：力学モデル以外（計算モデル）に原因ではないか

詳細原因① プロパゲーターの数値計算:

北極域の低高度・高速(月近点)などの条件で積分誤差が増大し、真値軌道側に局所誤差が混在している可能性

→他のプロパゲーターによる比較検証（同初期位置・同力学モデル）

詳細原因② 接触ケプラー要素推定のアルゴリズム:

ヤコビアン（偏微分）を数値微分で計算しているため、条件の悪い区間で丸め誤差・差分誤差が増幅している可能性

→ヤコビ行列（偏微分）の計算を数値解（数値微分）から解析解に変更

- 円軌道（Japan LNSS Demo）：多項式次数は7次以下で安定
- ELFO：北極域（月近点）において多項式次数が局所的に増大
 - SRPの影響
 - 地球と太陽の重力加速度
 - 重力ポテンシャルの影響が主因ではないことを確認
- 今後の予定：
計算モデルの比較及び、アルゴリズムの見直しによる後、精度の保証を実施